

Paradoxes

Rubrique de divertissements mathématiques pour ceux qui aiment se prendre la tête

* Laboratoire d'Informatique
Fondamentale de Lille,
UMR CNRS 8022, Bât. M3

Par **Jean-Paul DELAHAYE**
Professeur à l'Université Lille 1 *

Les paradoxes stimulent l'esprit et sont à l'origine de nombreux progrès mathématiques. Notre but est de vous provoquer et de vous faire réfléchir. Si vous pensez avoir une explication des paradoxes proposés, envoyez-la moi (faire parvenir le courrier à l'Espace Culture ou à l'adresse électronique delahaye@lifl.fr).

LE PARADOXE PRÉCÉDENT : L'INFORMATION PARADOXALE

Rappel de l'énoncé

Un homme bavarde avec le facteur sur le pas de la porte de sa maison. Il lui dit :

- « C'est amusant, je viens de remarquer que la somme des âges de mes trois filles est égale au numéro de ma maison dans la rue. Je suis sûr que si je vous apprends que le produit de leur âge est 36, vous saurez me dire leur âge respectif ! »

Le facteur réfléchit un moment et lui répond :

- « Je suis désolé, mais je ne peux pas trouver ».

L'homme s'exclame alors :

« Ah oui ! J'avais oublié de vous dire que l'aînée est blonde ! ».

Quelques secondes après, le facteur lui donne la bonne réponse !

Vous pouvez déduire de cet échange l'âge des filles de l'homme sur le pas de sa porte.

Solution

Merci à Nicolas Vaneecloo et Virginie Delsart (encore une fois en tête !), à Philippe Kahn (second), Michel Huat (troisième), Emmanuel Ortolland (quatrième), Florent Delhayé (cinquième), Thomas Delclite (sixième) et à tous les autres lecteurs qui m'ont envoyé la bonne solution.

Les différentes décompositions de 36 en produit de trois entiers sont :

$$36 = \underset{38}{1 \times 1 \times 36} = \underset{11}{2 \times 3 \times 6} = \underset{10}{3 \times 3 \times 4} = \underset{21}{1 \times 2 \times 18} = \underset{16}{1 \times 3 \times 12} = \underset{13}{1 \times 6 \times 6} = \underset{14}{1 \times 4 \times 9} = \underset{13}{2 \times 2 \times 9}$$

La seconde ligne indique la somme des 3 entiers de la décomposition en produit triple. Le facteur connaît la somme des âges des trois filles car il est sur le pas de la porte. S'il ne peut pas trouver leurs âges respectifs, c'est que, parmi les produits possibles, compatibles avec la somme qu'il connaît, il y en a deux qui donnent la même somme. C'est donc que la somme est 13. Les deux possibilités sont donc 1-6-6 et 2-2-9. La première est éliminée car deux enfants ne peuvent avoir le même âge que s'ils sont jumeaux et alors il n'y a pas d'aînée. La solution est donc 2-2-9. Les âges des filles de l'homme sur le pas de sa porte sont 2, 2 et 9 ans.

NOUVEAU PARADOXE : DES SILENCES QUI EN DISENT LONG

Ce paradoxe est aussi un paradoxe sur l'information cachée, cependant il nécessite une patience bien supérieure pour être résolu... ou l'aide d'un ordinateur.

On choisit cinq nombres a , b , c , d et e vérifiant les relations :

$$1 \leq a < b < c < d < e \leq 10$$

Autrement dit : les cinq nombres sont compris entre 1 et 10, tous différents et classés par ordre croissant.

On indique leur produit P à Patricia (qui est brune), leur somme S à Sylvie (qui est blonde), la somme de leurs carrés $C = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2$ à Christian (qui est barbu) et la valeur $V = (a + b + c)(d + e)$ à Vincent (qui est chauve). Ils doivent deviner quels sont les nombres a , b , c , d et e .

1 - Une heure après qu'on leur a posé le problème, les quatre personnages qu'on interroge simultanément répondent tous ensemble : « je ne connais pas les nombres a , b , c , d et e ».

2 - Une heure après, les quatre personnages qu'on interroge à nouveau répondent encore tous ensemble : « je ne connais pas les nombres a , b , c , d , et e ».

3 - Une heure après, les quatre personnages qu'on interroge à nouveau répondent encore tous ensemble : « je ne connais pas les nombres a , b , c , d et e ».

Etc.

23 - Une heure après (soit 23 heures après la formulation de l'énoncé !), les quatre personnages qu'on interroge à nouveau répondent encore tous ensemble : « je ne connais pas les nombres a , b , c , d et e ».

Cependant, après cette 23^{ème} réponse, les visages des quatre personnages s'éclairent d'un large sourire et tous s'exclament : « c'est bon, maintenant, je connais a , b , c , d et e ».

Vous en savez assez maintenant pour deviner les 5 nombres a , b , c , d , e ?

Il semble paradoxal que la répétition, 23 fois, de la même *affirmation d'ignorance* de la part des personnages soit porteuse d'une information. Pourtant, c'est le cas. Essayez de comprendre pourquoi et, ensuite, armez-vous de courage : la solution est au bout du calcul. ■

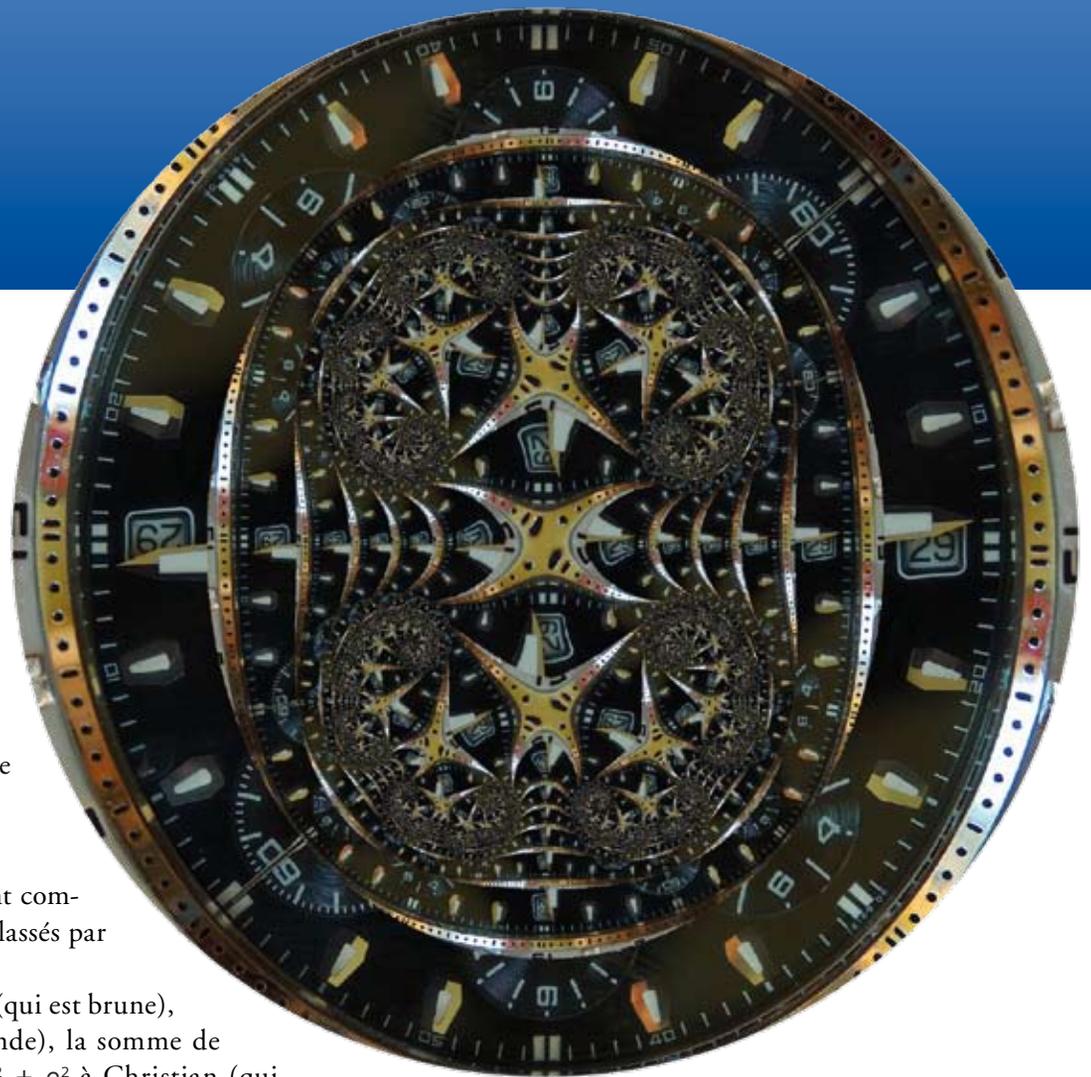


Image de Francesco De Comitè