

# Paradoxes

Rubrique de divertissements mathématiques pour ceux qui aiment se prendre la tête

Par **Jean-Paul DELAHAYE**

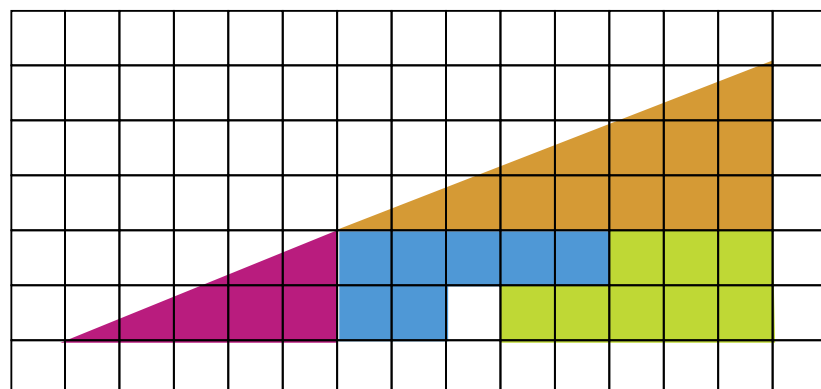
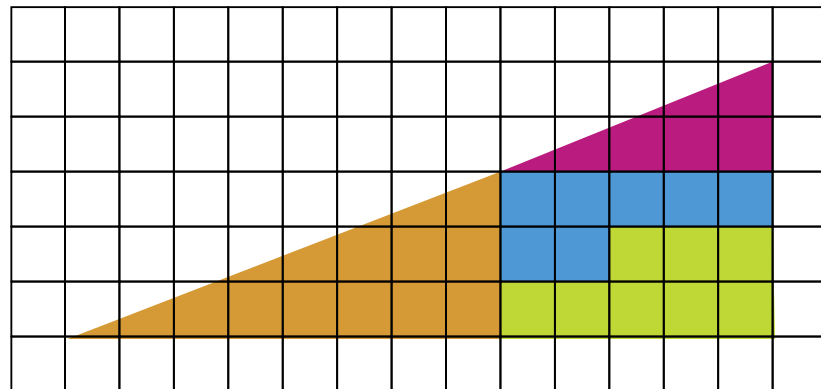
Professeur à l'Université des Sciences et Technologies de Lille\*

\*Laboratoire d'Informatique  
Fondamentale de Lille,  
UMR CNRS 8022, Bât. M3

Les paradoxes stimulent l'esprit et sont à l'origine de nombreux progrès mathématiques. Notre but est de vous provoquer et de vous faire réfléchir. Si vous pensez avoir une explication des paradoxes proposés, envoyez-la moi (faire parvenir le courrier à l'Espace Culture de l'USTL ou à l'adresse électronique [delahaye@lifl.fr](mailto:delahaye@lifl.fr)).

## Le paradoxe précédent : L'arithmétique malmenée par la géométrie

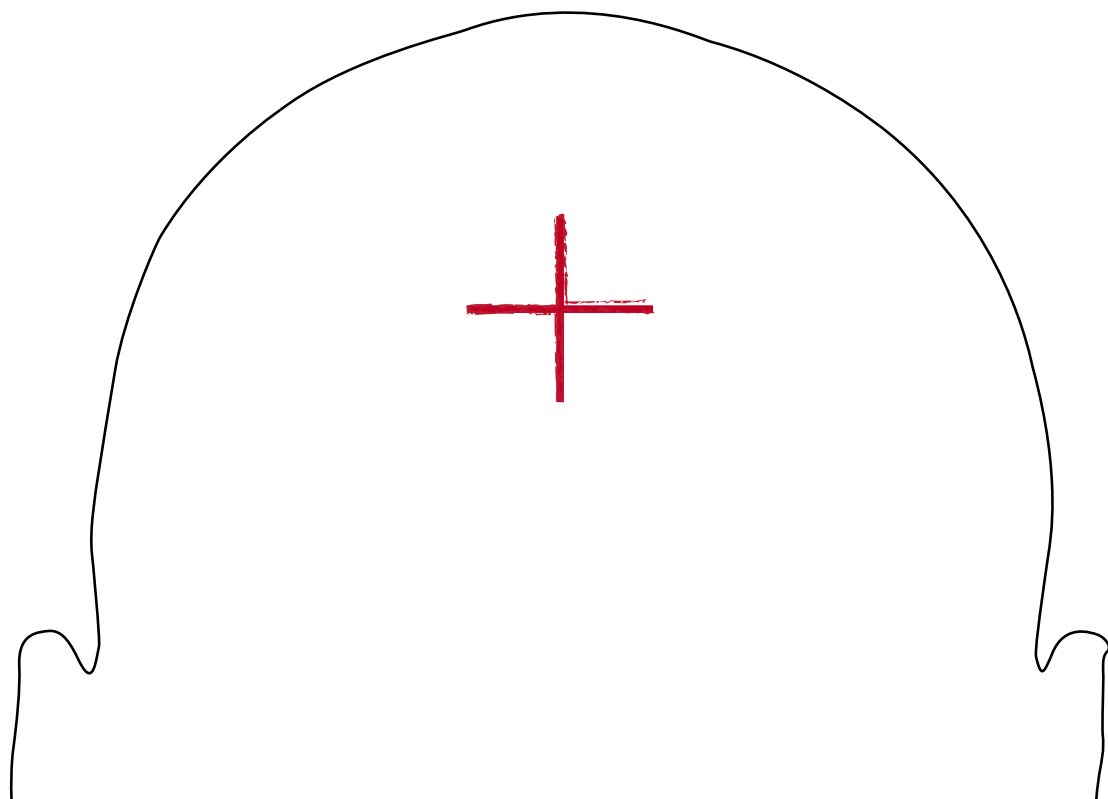
Les paradoxes du dernier numéro étaient de simples découpages comme celui-ci.



En apparence le même triangle est rempli deux fois par les mêmes pièces, bien que la seconde fois un carré blanc supplémentaire soit présent. Cela semble impossible puisque déplacer des pièces ne peut pas diminuer ou augmenter la surface qu'elles occupent !

Il s'agit d'une arnaque assez élémentaire qu'un regard attentif permet de dénoncer facilement. En réalité, aucune des deux figures n'est un vrai triangle. En effet, la pente de l'hypoténuse du petit triangle rectangle violet est  $2/5 = 0,4$  (il y a 2 cases de hauteur et 5 de largeur) alors que celle du petit triangle orange est de  $3/8 = 3,75$  : les deux hypoténuses ne s'alignent pas l'une avec l'autre. Dans le premier dessin, le « pseudo-triangle » est légèrement creusé, alors que le second « pseudo-triangle » est légèrement gonflé (ce qui explique qu'on puisse y loger un carré blanc de plus).

Le même genre d'explications s'applique aux autres figures.



### Nouveau paradoxe : le grand méchant logicien

Une assemblée composée d'un nombre impair de logiciens a été capturée par le *grand méchant logicien* qui veut les enrôler dans sa secte. Il leur laisse une chance d'échapper à l'embrigadement. Il les place en cercle, tous tournés vers le centre et il dessine sur le front de chacun une croix noire ou une croix rouge en procédant au hasard (il s'aide d'une pièce de monnaie qu'il jette en cachette). Chaque logicien voit les croix dessinées sur le front des autres logiciens, mais ne voit pas celle que lui-même porte sur le front. Aucune communication n'est permise entre les logiciens une fois les croix dessinées.

Un vote est organisé et chaque logicien indique s'il pense qu'il y a un nombre pair de croix rouges au total, ou un nombre impair de croix rouges au total. L'abstention n'est pas permise.

Le *grand méchant logicien* comptabilise les réponses et considère la réponse majoritaire (il y en a une puisque le nombre de logiciens capturés est impair). Si le vote majoritaire est correct, les logiciens sont libérés et peuvent aller résoudre tous les paradoxes qu'ils trouvent intéressants. Sinon, ils sont condamnés à servir d'esclaves au *grand méchant logicien*.

Chaque logicien se dit :

« Puisque la parité du nombre total de croix rouges dépend de celle que j'ai sur le front, qui a été tirée au hasard, je ne peux rien faire de mieux que voter au hasard. Il en est de même de tous les autres logiciens et donc globalement nous ne pouvons rien espérer de mieux qu'être libéré une fois sur deux ».

Aussi paradoxal que cela puisse paraître, ce raisonnement est faux. Il existe une méthode de vote que les logiciens peuvent deviner et appliquer et qui leur permettra d'être libérés dans bien plus de la moitié des cas. Quelle est cette méthode ?