

Logique et calcul

Lotos et loteries

Plus vous jouez, plus vous êtes civique puisque, par goût du gain, vous diminuez les impôts de tous. Pourtant, n'est-il pas immoral que l'État vous tonde la laine sur le dos en profitant de vos défauts ? Nous allons examiner les divers paradoxes du Loto.

Tout dans les loteries, et particulièrement dans le *Loto* de la *Française des jeux*, est paradoxal. Pour y voir clair, nous utiliserons des raisonnements logiques, psychologiques, économiques, commerciaux, combinatoires, probabilistes et statistiques que présente l'excellent livre, *Lotomania : une approche scientifique du jeu et du comportement des joueurs*, de Patrick Roger (Éd. Village Mondial, Pearson Éd. France, 2005). Le tout se résumera en sept paradoxes.

La connaissance scientifique, une fois de plus, est indispensable pour démêler le vrai du faux dans ce monde où complication des règles, conceptions erronées du hasard et intérêts particuliers s'allient pour brouiller le bon sens des joueurs au profit de l'État... c'est-à-dire des joueurs !

Un vol organisé par l'État

Le premier paradoxe des loteries est que leur mise en place et leur exploitation ont toujours été considérées comme une activité immorale, et que l'État, chargé aussi de veiller à la bonne moralité, se réserve généralement le droit d'en tirer profit.

Les loteries avec billets sont nées au XV^e siècle où elles servaient à financer des projets d'églises et d'hôpitaux. Le *Loto*, une loterie particulière, fut inventé à Gênes au XVI^e siècle, dans le contexte politique de la désignation des conseillers du Doge. On tirait 5 numéros parmi 90, correspondant aux 5 conseillers pris au hasard parmi les 90 sénateurs. On pariait sur le résultat de ce tirage au sort, mais on se passa vite du prétexte politique et des tirages furent organisés avec des numéros.

En France, François 1^{er}, en 1539, institue une loterie, la *Blanche*, destinée à renflouer le Trésor royal ; pourtant, à l'époque, les jeux de hasard sont considérés comme sataniques par l'Église. Le prix excessif des billets fait que les ventes sont décevantes. La première loterie française réussie est celle de l'École militaire et elle conduit, en 1776, à l'institution du monopole de la *Loterie royale* fondée à nouveau sur le choix de 5 numéros parmi 90.

Ces jeux n'en contraient pas moins les moralistes. Talleyrand dans son essai *Des loteries* les accuse d'être injustes, à cause du gain moyen très faible qui parfois descend à 3 pour cent des sommes engagées, et immorales, par les troubles

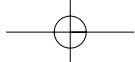
qu'elles engendrent chez les joueurs dont certains se ruinent et, dit-on, se suicideraient. Talleyrand nous enjoint de combattre « l'homme avide et paresseux » qui veut « consommer sans se donner la peine de produire ».

En 1790, Mirabeau déclare à l'Assemblée nationale : « Quel impôt que celui qui fonde son plus grand produit sur le délire ou le désespoir : on propose un million pour vingt sous au malheureux qui ne sait pas compter et qui manque du nécessaire. ». Le 25 brumaire de l'an II, la *Loterie royale* est supprimée au grand dam des buralistes chargés de la vente des billets ; ils exigent de pouvoir poursuivre leur commerce. Le député Chaumette réplique à l'Assemblée : « C'est à peu près comme si deux cents filous disaient "Mais laissez-nous voler, car autrement vous nous enlevez les moyens de subsister". »

La loterie sera recréée sous le nom de *Loterie nationale de France* le 17 vendémiaire de l'an IV, puis resupprimée en 1836 par les défenseurs de la morale publique qui imposeront leurs vues pendant 97 ans. C'est seulement en 1933 que la *Loterie nationale* voit le jour sous le prétexte d'alimenter le budget des pensions des anciens combattants et de former un fonds de solidarité pour les agriculteurs victimes de calamités.

Initialement, 60 pour cent du total du prix des billets sont reversés aux heureux gagnants, cela même si tous les billets ne sont pas vendus, ce qui engendre une incertitude pour l'organisateur. Toutefois les billets, comportant cinq chiffres plus une lettre, sont trop chers (100 F), ce qui conduit à la création des fameux *dixièmes* de la *Loterie nationale* : ils coûtent un dixième du prix, et ne rapportent qu'un dixième des lots. Le 7 novembre 1933, Paul Bonhoure, coiffeur à Tarascon, empêche le gros lot de cinq millions de francs et la publicité autour de son enrichissement incite des millions de Français à participer au jeu. L'attrait de cette loterie finira par décliner, conduisant en 1976 à l'introduction par la *Française des jeux* d'une nouvelle loterie, un retour au modèle génois : le *Loto*. Son succès amènera l'arrêt de la *Loterie nationale* en 1990.

L'immoralité de l'État ne semble plus émouvoir personne. Cette insensibilité croissante a une conséquence concrète : d'un prélèvement de 40 pour cent pour la *Loterie nationale*, on est passé à 46 pour cent pour le *Loto* de 1976, puis progressivement à 49,515 pour cent en 2006 (ce chiffre est fixé par arrêté chaque année). La barre des 50 pour cent a été



Jean-Paul Delahaye

atteinte pour l'*Euromillion*. Ainsi que le remarque Patrick Roger, comment ne pas être étonné ? Des épargnants engagent des procès contre leur banque parce que leur portefeuille d'actions a perdu 50 pour cent de sa valeur alors que les joueurs du *Loto* se précipitent sur un jeu où collectivement la perte de la moitié de leur argent est garantie par l'État !

Un Loto aux règles discutables

Le second paradoxe du *Loto* est sa complexité : combien de joueurs connaissent le système de répartition des enjeux ? N'est-il pas absurde de concocter des règles d'une telle complication qui pourraient décourager les joueurs ? La psychologie des parieurs répond que ceux-ci ne s'attachent qu'aux plus gros lots et sont insensibles aux autres aspects du jeu, dont la probabilité de gagner et l'espérance mathématique de gain.

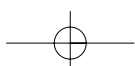
Le premier tirage du *Loto* a lieu le mercredi 19 mai 1976. À cette époque, il n'y a qu'un tirage par semaine et la grille ne coûte qu'un franc (15 centimes d'euro). On coche 6 numéros sur un tableau qui en comporte 49 (les entiers de 1 à 49), les jeux multiples ne sont qu'un procédé permettant de jouer plusieurs grilles à la fois. Contrairement au *Loto* de Gênes ou à la

Loterie nationale, les sommes versées aux gagnants sont déterminées par le nombre de grilles vendues : plus ce nombre est grand, plus les sommes gagnées sont importantes. Ainsi l'organisateur ne prend aucun risque et, quand il y a peu de gagnants, les très gros lots ont un fort impact publicitaire.

On passe à deux tirages hebdomadaires en 1984, puis à quatre tirages en 1990 : deux le mercredi et deux le samedi. Pour inciter les joueurs à participer aux deux tirages d'une même journée, une partie des sommes jouées sur le premier tirage est redistribuée au second tirage. Bien sûr, on ne peut participer au second tirage que si l'on a participé au premier (à partir de 1996, tous les joueurs doivent participer aux deux tirages). Dans la situation actuelle, un joueur peut gagner de sept façons différentes appelées rang 1, rang 2, rang 3, jusqu'au rang 7.

Lors d'un tirage, six numéros gagnants sont déterminés par un mécanisme de boules extraites d'une urne, plus un septième numéro, dénommé *complémentaire*. Les gagnants de rang 1 sont ceux qui ont coché sur leur grille les six numéros gagnants (pour eux, le numéro complémentaire ne joue donc aucun rôle). Les gagnants de rang 2 sont ceux qui ont choisi cinq des six numéros gagnants et dont le sixième numéro choisi est le numéro complémentaire. Pour le rang 3, il faut avoir choisi

1. Le premier tirage de la *Loterie nationale* se déroule le 7 novembre 1933. Dans la salle, la curiosité grandit jusqu'à ce que sorte le numéro de l'heureux gagnant. À Tarascon, le percepteur qui a vendu les billets locaux écoute les résultats sur sa TSF et réalise que le gagnant est de Tarascon ; après vérification de la liste des acheteurs, il se précipite chez son ami coiffeur. Il tambourine aux volets : « Lève-toi, Bonheure ! » Ébouriffé et en pantoufles, le coiffeur vient ouvrir : « Ques aco ? » demande-t-il en provençal. « Tu as gagné cinq millions. » C'est ainsi que Paul Bonheure est entré dans l'histoire de la *Loterie nationale*. Il acquit un domaine de 60 hectares près de Beaucaire et y vécut jusqu'à sa mort, en 1961. Le record du plus gros gain est détenu depuis le 29 juillet 2005 par une mère de famille irlandaise, Dolores McNamara, avec 115 436 126 euros à l'*Euromillion*.



2. Grilles à éviter?

Dans une étude menée auprès des étudiants de l'Université McGill de Montréal, une série de 16 grilles était soumise à chaque étudiant à qui l'on demandait de choisir parmi ces grilles d'abord celle qu'il jouerait en premier pour gagner un gros lot fixé à l'avance, puis on lui demandait son second, son troisième et son quatrième choix de grilles, éventuellement prises dans la même série, le regroupement en quatre séries A, B, C, D n'étaient pas présenté aux étudiants. Les grilles présentées (toujours les mêmes) étaient :

A1 : 10-20-25-30-40-44 A2 : 6-12-18-24-30-36
 A3 : 5-10-15-20-25-30 A4 : 16-21-26-31-36-41
 B1 : 2-3-4-5-6-7 B2 : 30-31-32-33-34-35
 B3 : 13-14-15-16-17-18 B4 : 23-24-25-26-27-28
 C1 : 11-14-20-29-37-43 C2 : 1-9-16-28-35-46
 C3 : 7-8-23-34-36-42 C4 : 13-17-24-33-40-45
 D1 : 3-5-9-12-15-17 D2 : 35-37-40-43-44-49
 D3 : 34-36-39-41-45-48 D4 : 5-8-10-11-16-19

Les choix faits par les étudiants sont répertoriés dans le tableau, indiquant dans quelle série les grilles étaient choisies :

Choix	A	B	C	D
1	21,7	8,3	53,3	16,7
2	20	13,3	50	16,7
3	15	20	51,7	13,3
4	21,7	13,3	55	10

Les grilles selon les séries A, B, C ou D sont clairement de quatre types :

A : séries régulières (suite arithmétique ou presque).

B : séries de nombres consécutifs.

C : séries d'apparences aléatoires.

D : séries mal équilibrées entre petits et grands numéros.

Les choix des étudiants révèlent une aversion marquée envers les grilles de numéros successifs qui sont donc considérées comme ayant moins de chances d'être tirées. Les grilles déséquilibrées sont aussi largement évitées et une préférence claire pour les grilles d'apparence aléatoire se retrouve dans les quatre choix.

On le voit, les choix des étudiants qui avaient tous suivi des cours de probabilités et de statistiques ne sont pas conformes à ce qu'ils ont appris. Qu'une grille soit régulière ou d'apparence aléatoire ou autre ne change pas sa probabilité de gagner : aucune des grilles ne devait être préférée ou évitée. L'équiprobabilité des grilles est une conséquence simple de la propriété de l'indépendance des tirages successifs des boules : si la boule 12 a été tirée en premier, cela n'influe pas sur le tirage de la seconde boule et toutes les boules restantes ont exactement la même probabilité d'être tirées en second, etc., ce qui fait qu'au final toutes les grilles ont exactement la même probabilité d'être tirées.

La conclusion est claire : même lorsqu'on a suivi un cours de probabilités, la tentation de croire qu'une grille d'apparence aléatoire a plus de chances d'être tirée persiste. La notion d'indépendance semble tellement étrangère à l'intuition qu'il faut toujours se forcer pour en admettre toutes les conséquences : dès qu'un piège est tendu qui la concerne, une majorité de gens tombent dedans. D'ailleurs, les étudiants interrogés pour expliquer leur choix n'ont éprouvé aucune difficulté à justifier les grilles auxquelles ils attribuaient des probabilités supérieures !

5 des 6 numéros gagnants. Pour le rang 4, il faut avoir choisi 4 numéros gagnants et le numéro complémentaire, pour le rang 5, 4 numéros gagnants, pour le rang 6, 3 numéros gagnants et le complémentaire, pour le rang 7, trois numéros gagnants.

La probabilité de gagner augmente avec le rang, le calcul de ces valeurs est indiqué sur la figure 3. Logiquement, les joueurs devraient se partager l'argent en proportion inverse de la probabilité qu'il y a de gagner : puisqu'il y a six fois plus de chances de gagner au rang 2 qu'au rang 1, on s'attendrait à ce qu'un gagnant de rang 2 empoche un sixième de ce qu'obtient un gagnant de rang 1. Il n'en est pas ainsi. Cet argent est séparé en paquets (*voir ci-dessous*) et chaque paquet est distribué à parts égales entre les gagnants d'un même rang.

	Premier tirage	Deuxième tirage	SuperLoto
Rang 1	29,1 %	45,4 %	56,0 %
Rang 2	3,1 %	3,1 %	3,85 %
Rang 3	10,3 %	10,3 %	8,9 %
Rang 4&5	13,6 %	13,6 %	13,75 %
Rang 6&7	27,6 %	27,6 %	17,5 %
	Reporté 2 ^e tirage 16,3 %		

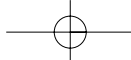
Les gagnants de rang 2 seront en moyenne six fois plus nombreux que ceux de rang 1 et pourtant se partageront une somme environ dix fois plus petites (pour le premier tirage). Ils empocheront donc environ 60 fois moins que les gagnants de rang 1 alors qu'il aurait été naturel que leurs gains soient seulement 6 fois moindres. Les 16,3 pour cent du premier tirage reporté sur le second font que ce qui est redistribué au premier tirage est environ 42 pour cent de ce qui est joué. La somme reportée sur le second tirage le rend plus intéressant (58 pour cent des mises reversées).

Pour les rangs 4 et 5, la somme est répartie de façon qu'un gagnant de rang 4 gagne deux fois plus qu'un gagnant de rang 5. Cette règle, une fois encore, semble peu logique puisque qu'il est 20 fois plus facile de gagner au rang 5 qu'au rang 4. Pour les rangs 6 et 7, la règle est de donner deux fois plus à un gagnant de rang 6 qu'on ne donne à un gagnant de rang 7 qui a pourtant 13 fois plus de chances de gagner.

Lorsqu'il n'y a pas de gagnants de rang 1 au premier tirage (ce qui arrive), les sommes destinées à ce rang étaient, jusqu'en 2003, reportées sur le second rang, mais depuis le sont sur les deux derniers rangs sans que l'on sache pourquoi. Les sommes non gagnées au second tirage et les sommes non réclamées vont dans un fonds de réserve qui augmente les jackpots des tirages ultérieurs. Ce fonds, géré selon le bon vouloir du PDG de la *Française des jeux* qui décide de sa stratégie publicitaire, force la conclusion que le *Loto* est un jeu dont les règles varient avec le temps !

L'inacceptable indépendance

L'étude des numéros sortis depuis la création du *Loto* a été menée par les statisticiens pour vérifier que la répartition des numéros tombés était conforme à ce qu'elle doit être pour des tirages honnêtes. Les conclusions sont claires : il n'y a aucune raison de soupçonner une tricherie dans les numéros tirés. Si certains numéros apparaissent un peu plus que



3. Les probabilités de gagner

Le nombre total de grilles de *Loto*, 6 chiffres choisis parmi 49, est de 13 983 816. Le raisonnement est le suivant : pour choisir le premier numéro, 49 possibilités sont offertes, pour le second 48, pour le troisième 47 etc., jusqu'à 44. Il y aurait donc $49 \times 48 \times 47 \times 46 \times 45 \times 44$ grilles possibles si les 6 choix faits étaient classés, mais ils ne le sont pas (la suite de choix 2-4-6-18-23-45 donne la même grille que la suite de choix 23-45-18-6-4-2). Il faut donc diviser le résultat précédent par le nombre de façons qu'il y a de classer 6 nombres, c'est-à-dire par $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2$.

Si les tirages sont honnêtes, toutes les grilles ont la même chance de sortir et donc la probabilité qu'une grille a de sortir est $1/13\,983\,816$. C'est la probabilité qu'une grille gagne au rang 1. Calculons maintenant, à titre d'exemple, le nombre de grilles gagnantes au rang 6 : la grille doit comporter (a) trois des six numéros gagnants, (b) le numéro complémentaire, et bien sûr (c) deux autres numéros.

Il y a $C(6,3)$, combinaisons de 6 objets pris 3 à 3, soit $6 \times 5 \times 4 / (3 \times 2 \times 1)$, donc 20 façons de déterminer 3 numéros parmi les 6 numéros gagnants du tirage. Le quatrième numéro doit être le numéro complémentaire (qui est unique) et les deux autres numéros cochés de la grille doivent être pris parmi les autres numéros, c'est-à-dire parmi ceux qui ne sont ni gagnants ni le numéro complé-

mentaire (ils sont 42) : il y a ainsi $C(42,2) = 42 \times 41 / 2 = 861$ façons de fixer ces deux derniers numéros. En tout, il y a donc $20 \times 861 = 17\,220$ grilles gagnantes au rang 6. Le nombre de grilles possibles étant 13 983 816 et chacune d'elles ayant la même probabilité, la probabilité de gagner au rang 6 est : $17\,220 / 13\,983\,816 = 1,23 \cdot 10^{-3}$.

Une seule grille est gagnante au rang 1, et donc la probabilité qu'une grille possède de gagner au rang 1 est $1/13\,983\,816 = 7,15 \cdot 10^{-8}$, soit 71 milliardièmes environ.

Il y a six grilles gagnantes au rang 2, et donc la probabilité qu'une grille gagne au rang 2 est $6 / 13\,983\,816 = 4,29 \cdot 10^{-7}$ (un demi-millionième environ).

Rang 3 : 252 grilles gagnantes ; probabilité $1,8 \cdot 10^{-5}$
Rang 4 : 630 grilles gagnantes ; probabilité $4,5 \cdot 10^{-5}$
Rang 5 : 12 915 grilles gagnantes ; probabilité $9,23 \cdot 10^{-4}$
Rang 6 : 17 220 grilles gagnantes ; probabilité $1,23 \cdot 10^{-3}$
Rang 7 : 229 600 grilles gagnantes ; probabilité $1,64 \cdot 10^{-2}$

De nombreux tirages ne donnent pas de gagnants de rang 1. En revanche, depuis 1978, seuls deux tirages n'ont pas eu de gagnants de rang 2. La probabilité qu'une grille soit gagnante à un rang quelconque est légèrement inférieure à deux pour cent.

d'autres, c'est conforme aux fluctuations attendues pour de telles situations qui suivent des lois connues des mathématiciens.

Sur les 4332 tirages effectués depuis le 1^{er} juin 1976, tous les numéros sont sortis entre 668 fois (pour le 45) et 572 fois (pour le 17) et les tests montrent qu'il n'y a pas de biais détectable : pour gagner de l'argent, les organisateurs n'ont pas besoin de tricher, la redistribution fait que les joueurs seront dépouillés de la moitié de ce qu'ils engagent quel que soit le tirage.

Les tirages sont indépendants et, en conséquence, qu'un numéro soit fréquemment sorti ou pas, sa probabilité de sortie reste invariable : probabilité de $6/49$ d'être un des numéros gagnants et de $1/49$ d'être le numéro complémentaire. Aucun numéro ne peut être « à l'écart » ou « en forme » comme le disent les pronostiqueurs du *Loto*. Il est inutile donc de noter les numéros déjà sortis dans le passé récent ou éloigné ou d'aller les chercher sur les sites Internet spécialisés (par exemple <http://www.foudujeu.com/Loto/>). Les tirages passés n'ont aucune influence sur les numéros qui sortiront dans l'avenir, les prendre en compte pour composer une grille de jeu est une superstition aussi stupide que de croire que la position de Mars le jour de votre naissance détermine votre chance en affaires, en amour ou... au jeu.

Pourtant, les tests menés par des psychologues montrent que la croyance en des tirages liés et dans la non-équivalence de toutes les séries de nombres est puissante ! Les résultats étonnants de la figure 2 éclairent le troisième paradoxe des loteries : même quand on sait que les tirages passés n'influencent pas les tirages futurs, on se comporte comme si c'était le cas.

D'autres illusions de ce type ont été identifiées. C'est ainsi que la psychologue Ellen Langer a prouvé que lorsque les joueurs choisissent eux-mêmes leurs numéros dans une loterie, ils ont la conviction que leur gain moyen est plus élevé que lorsque les numéros leur sont imposés ; c'est une des raisons

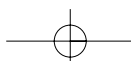
du succès du *Loto* qui éclipsa la *Loterie nationale*. De la même façon, les joueurs de dés, lorsqu'ils veulent obtenir un petit total, lancent doucement les dés ! D'autres chercheurs ont montré que les investisseurs en ligne, qui peuvent agir plus rapidement et plus souvent et sont donc victimes de l'illusion du contrôle, dégagent des rentabilités moindres que les autres (les nombreuses transactions qu'ils opèrent sont taxées). Dernière observation amusante concernant les illusions des joueurs : Diane Savoie et Robert Ladouceur ont montré que les joueurs qui jouent régulièrement évaluent plus mal que les autres les probabilités de gain : l'expérience qu'acquiert un joueur renforce ses illusions et ses erreurs !

Espérance de gain

Le quatrième paradoxe du *Loto* concerne l'espérance de gain (le gain moyen attendu d'une grille) et s'énonce : toutes les grilles ont la même probabilité de gagner, mais toutes les grilles n'ont pas la même espérance de gain.

L'explication est que les joueurs ne jouent pas au hasard et choisissent les numéros qu'ils cochent. Certains numéros sont plus souvent joués, les grilles jouées qui les utilisent sont plus nombreuses et elles rapportent moins quand elles sortent. Ainsi les grilles les plus jouées rapportent le moins !

Que sait-on des numéros préférés des joueurs, numéros qu'il est rationnel d'éviter ? Malheureusement, la *Française des jeux* ne publie pas d'informations sur les numéros joués sur l'ensemble des grilles. Cette opacité sur une donnée essentielle est scandaleuse puisqu'elle réserve à quelques cadres et employés de la *Française des jeux* une information qu'ils pourraient détourner s'ils n'étaient pas tenus par des règles strictes... Il serait beaucoup plus sain de publier ces statistiques ; cela ne pourrait qu'accroître l'intérêt du jeu et inciter les joueurs à appliquer des stratégies moins absurdes que celles



4. Un petit test

Voici quelques conseils donnés aux joueurs de *Loto*. Ils ont été trouvés sur Internet ; rien n'a été inventé. Saurez-vous reconnaître ceux qui sont fondés de ceux qui sont erronés et assimilables à des superstitions ?

1. Jouez toujours les mêmes numéros. La probabilité que votre bulletin soit gagnant augmente chaque fois.
2. Si vous changez un numéro, vous repartez avec la probabilité 1 sur 14 millions.
3. Jouez le mercredi ET le samedi.
4. Si vous changez de temps en temps vos numéros, sélectionnez systématiquement un numéro qui n'a pas été tiré depuis un certain temps. Ce numéro a une bonne chance d'être affiché lors d'un prochain tirage.
5. Si vous ne jouez pas régulièrement au *Loto*, ne jouez que les samedis, les gains sont plus élevés.
6. Ne copiez pas certaines combinaisons. Il y a quelques années, les 6 bons numéros du *Loto* français correspondaient exactement aux 6 bons numéros du *Loto* belge de la semaine précédente. Résultat : plusieurs milliers de joueurs ont trouvé les 6 bons numéros, mais en consultant les rapports leur déception a dû être grande : ils ne touchaient que quelques dizaines de milliers de francs pour 6 bons numéros !
7. Les croix en diagonale et les suites de nombres consécutifs comme (1-2-3-4-5-6) sont à déconseiller.
8. Ne jouez pas le 7 et le 13 ensemble.
9. Si vous jouez des dates de naissance, cochez, outre les dates de naissance, au moins un numéro au-dessus de 31.

Réponses :

1. Absurde : qu'on change de grille ou pas, la probabilité qu'une grille gagne est constante ; jouer plusieurs fois la même grille n'augmente ni sa probabilité de gagner ni même son espérance de gain (qui ne dépend que des numéros qui la composent).
2. Absurde : le mot « repartez » n'a pas de sens car la probabilité pour une grille de gagner est constante ainsi que son espérance de gain (on peut en effet supposer que la distribution de grilles jouées est sensiblement la même d'un tirage à l'autre, et en l'absence d'information sur l'évolution de cette distribution, on ne peut pas savoir dans quel sens varie l'espérance de gain d'une même grille d'un tirage à l'autre).
3. Absurde : les règles de distributions des gains ne favorisent aucun des deux joueurs et les espérances de gain restent les mêmes.
4. Absurde : les tirages sont indépendants.
5. Absurde : les gains moyens d'après les règles sont identiques le mercredi et le samedi. S'il y a beaucoup plus de joueurs le samedi que le mercredi, cela entraîne en moyenne qu'il y aura plus de gagnants se distribuant une somme plus grande, mais en moyenne le gain n'augmente pas et l'espérance moyenne de gain d'une grille reste identique et vaut environ 50 pour cent de son coût.
6. Oui, car il faut éviter de jouer les numéros ou les combinaisons souvent jouées qui font baisser l'espérance de gain, or il est vraisemblable que certains joueurs copient les grilles gagnantes des autres pays, ces grilles se trouvent donc beaucoup jouées et moins rentables.
7. Oui : mêmes raisons.
8. Oui : le 7 et le 13 sont des numéros très joués, ils font donc baisser l'espérance de gain des grilles qui les contiennent.
9. Oui : d'une manière générale les petits numéros font baisser l'espérance de gain des grilles.

fondées sur les tirages passés. L'État publie les inutiles statistiques des tirages et ne publie pas les données qui pourraient donner lieu à des stratégies rationnelles (et qui ne diminueraient pourtant pas ses gains).

Pour connaître les numéros joués, on peut se fier au bon sens psychologique : les joueurs composent assez souvent leurs grilles à partir de dates (ce qui favorise les nombres entre 1 et 12, entre 1 et 31, le 19 et le 20) ou de numéros pris dans le monde réel qui sont alors soumis à la loi de Benford (selon laquelle les propriétés ordinales des décomptes favorisent aussi les petits numéros). Seuls les joueurs, peu nombreux, qui utilisent le système de remplissage automatique aléatoire des grilles – système *Flash* – jouent sans biais.

L'hypothèse que les petits numéros sont plus joués que les autres est vérifiée : les grilles composées de petits numéros ont plus de gagnants que les autres. Ainsi : (a) la moyenne des numéros des grilles pour lesquelles il n'y a eu aucun gagnant de rang 1 est 26,91 ; (b) la moyenne des numéros des grilles ayant eu 8 gagnants de rang 1 est 23,68 ; (c) la moyenne des numéros des grilles ayant 16 gagnants de rang 1 est 21,66. Plus la moyenne des numéros d'une grille est faible, plus elle a de gagnants... et moins elle rapporte. Dernière confirmation : le plus petit gain obtenu par des gagnants de rang 1 l'a été le 27 août 1994 pour la grille 4-5-7-14-15-17 qui ne comporte aucun numéro au-delà de 17.

Statistique secrète et connue !

Le cinquième paradoxe est que, malgré le mutisme de la *Française des jeux* concernant les fréquences des numéros joués, les statisticiens réussissent à les connaître. Deux études concordantes fondées sur les nombres de gagnants aux divers rangs et utilisant des techniques d'estimations statistiques indirectes ont conduit à proposer une loi de préférence des numéros par les joueurs (*pour des détails voir le livre de Patrick Roger et la figure 5*). La science statistique réussit à tirer des informations qui semblaient inaccessibles !

Sans surprise, le numéro 7 est le numéro favori des joueurs et il est joué 1,7 fois plus qu'il ne le serait si les joueurs choisissaient au hasard. Les cinq numéros préférés sont, dans l'ordre, 7, 9, 11, 12, 13. Les numéros les moins joués sont 32, 38, 39, 40 et 41. On déduit de cette loi que la grille la plus jouée et donc la moins rentable serait la grille 5-7-9-11-12-13. La grille la moins jouée et donc la plus rentable serait la grille 32-38-39-40-41-43. Il ne semble pas exclu que cette grille, même en tenant compte des 49,515 pour cent pris par l'État, ait une espérance de gain supérieure à son coût. Malheureusement, depuis la parution du livre de Patrick Roger, de nombreux joueurs doivent la jouer et donc cette grille n'est plus la plus rentable !

Les joueurs face aux risques

Le sixième paradoxe du *Loto* est lié à l'attitude que nous avons vis-à-vis de la prise de risque. Deux caractéristiques de notre attitude sont paradoxales.

Comment est-il possible qu'une même personne accepte, en souscrivant à diverses assurances, de payer pour se

5. Les nombres joués

Courbe indiquant les numéros les plus joués par les joueurs du *Loto* de la *Française des jeux*. Chaque numéro *a priori* devrait être joué avec une probabilité de 1/49. Comme les joueurs choisissent des dates ou des numéros provenant de données réelles ou parce que certains numéros ne plaisent pas (le 2 par exemple), les probabilités se trouvent parfois au-dessus de 1/49 ou en dessous. Ces données ont été calculées par deux méthodes d'estimation statistiques indirectes qui coïncident presque en tout point. Le numéro 7 est le plus populaire et une tendance générale est que plus un numéro est grand, moins il est joué.



protéger des aléas auxquels elle est soumise, alors qu'en même temps, en jouant au *Loto*, elle accepte de payer pour se soumettre à des aléas (dans chacun des cas, elle perd en moyenne de 30 à 50 pour cent de son argent) ? Ensuite, comment un sujet sachant qu'il perd en moyenne la moitié de ses mises au *Loto* accepte-t-il quand même d'y jouer ?

Pour répondre à la première question, les psychologues ont mené diverses expériences qui établissent que nous ne percevons pas les aléas sur les gains comme symétriques des aléas sur les pertes : par exemple, nous négligeons le risque de périr en traversant la rue et accordons beaucoup d'importance (bien que de probabilité inférieure) à celui de gagner une grosse somme au *Loto*.

Cependant, c'est sur le second point que les progrès récents ont été les plus inattendus. La seconde version de la *Théorie des perspectives* élaborée en 1992 par Amos Tversky et Daniel Kahneman montre que nous avons tendance à considérer comme bien plus grandes qu'elles ne le sont les probabilités des événements rares. Une fonction $w(p)$ calculée par des expériences transforme les probabilités p réelles en probabilités subjectives humaines $w(p) = 1 - (1 - p)^r / [p^r + (1 - p)^r]^{1/r}$, où le paramètre r vaut environ 0,65 (mais varie un peu d'un individu à l'autre).

Imaginons ainsi une loterie dont les deux millions de billets sont vendus un euro chacun et qui propose un gros lot unique d'un million d'euros. Le joueur parfaitement rationnel évalue que son espérance de gain est de 1/2 euro (l'espérance de gain est le produit de la probabilité de gagner par la somme gagnée), ce qui est moins que le prix du billet : il ne joue pas. En revanche, le joueur humain, selon la théorie des perspectives, tend à surévaluer la probabilité de gagner égale à $p = 1/2\ 000\ 000$. La probabilité subjective west 246 fois supérieure. Pour lui, jouer semble intéressant car il perçoit une espérance subjective de gain d'environ 123 euros pour le prix d'un billet à un euro. Donc il joue.

Un calcul analogue effectué avec les données du *Loto* conduit à la conclusion que, subjectivement, il est intéressant de jouer au *Loto*. Cette théorie de l'illusion probabiliste explique aussi pourquoi les organisateurs de loteries ont intérêt à augmenter les valeurs des gros lots même si, pour cela, ils doivent diminuer les probabilités de gagner : pour un joueur, la distorsion subjective modélisée par $w(p)$ est d'autant plus forte, et donc lui donne l'illusion que le jeu est d'autant plus intéressant, que les probabilités de gain sont faibles. La course aux gros lots à laquelle nous assistons depuis quelques années

s'explique. Il est assez remarquable que les véritables raisons du succès économique de *La Française des jeux*, qui fait deux milliards d'euros de chiffres d'affaires par an avec le *Loto* et est l'une des 50 plus grosses entreprises de France, n'aient été vraiment comprises que bien après sa création !

Les conseils inopérants

Enfin, quiconque écrit un article ou un livre prétendant indiquer comment gagner au *Loto* (ou aux courses, ou à la bourse) doit être considéré avec défiance car, en faisant cela, il se met dans une position absurde : s'il disposait vraiment d'une méthode pour gagner, il ne la publierait pas, ayant plus à gagner de son utilisation (raisonnement valable aussi pour les livres de conseils boursiers). Il est inutile d'examiner les conseils donnés par les revues, livres ou sites internet concernant la façon de bien jouer au *Loto*, ces conseils sont d'ailleurs en grande partie fondés sur l'erreur de croire que les tirages sont dépendants.

Notons que le comble de la naïveté et de la bêtise est atteint par des gens qui croient qu'en payant très chers des conseils, ils en auront de bons. Un ouvrage sur les jeux de hasard et intitulé *Le gain scientifique d'une seule unité* est proposé au prix extraordinaire de 1500 euros. Un autre *Les rythmes de la fatalité périodique* présenté comme rare est proposé pour l'aimable somme de 2000 euros. Les lecteurs m'excuseront de ne pas avoir mené d'étude critique sur ces ouvrages que je n'ai pas souhaité acheter...

Hélas, en écrivant un tel article qui découragera, je l'espère, quelques joueurs, je diminuerai les sommes récoltées par l'État grâce à ce jeu et j'augmenterai la part que l'État doit aller chercher autrement, ce qui me concernera certainement.

Jean-Paul DELAHAYE est professeur d'informatique à l'Univ. de Lille.

PATRICK ROGER *Lotomania : une approche scientifique du jeu et du comportement des joueurs*, Éditions Village Mondial, Pearson Éducation France, 2005.

P. ROGER et MARIE-HÉLÈNE BROIHANNE, *Efficiency of Betting Markets and Rationality of Players : Evidence from the French 6/49 Lotto*. Septembre 2003. <http://www.institut-europlace.com/files/pdf/doc176670.pdf>

K. HARDOON et al., *Underlying Cognitions in the Selection of Lottery Tickets*. *Journal of Clinical Psychology* 57(6), pp.749-763, 2001.

AMOS TVERSKY, DANIEL KAHNEMAN, *Advances in Prospect Theory : Cumulative Representation of Uncertainty*. *Journal of Risk and Uncertainty*, pp. 297-323, 12, 1992.