

Logique et calcul

Les dés pipés du cerveau

Nous ne savons pas imiter les résultats d'une pièce de monnaie lancée en l'air. Toutefois, ce n'est pas par hasard que nous ne simulons pas le hasard, c'est pour être plus efficace dans la détection du non-hasard.

Quand il s'agit de simuler ou d'évaluer le hasard, nous nous trompons systématiquement, alors que des appareils élémentaires, une pièce de monnaie ou un dé, obtiennent d'excellents résultats. La situation est comparable à celle du calcul numérique : nous sommes battus à plate couture par les ordinateurs qui évaluent instantanément 3^{10} ou simulent correctement une série de tirages à *Pile* ou *Face*. Dans ces domaines, notre cerveau, dont nous proclamons avec fierté qu'il n'est pas un ordinateur, est incapable de faire semblant d'en être un ! Dans le cas du hasard, cette faiblesse apparente de nos facultés mentales semble le résultat d'une subtile adaptation évolutive.

La psychologie expérimentale étudie l'appréciation humaine du hasard depuis plus de 50 ans et les résultats convergent : nous possédons une très médiocre capacité à reconnaître le hasard ou à le produire. Le test le plus simple montrant nos limites consiste à demander à un sujet de produire une suite de *Pile* ou de *Face* (ou de 0 ou de 1, de A ou de B, de 0 ou de X, etc.) en essayant d'imiter des tirages à *Pile* ou *Face* obtenus avec une pièce de monnaie non truquée. Le test proposé à la figure 2 vous permettra d'évaluer votre aptitude personnelle à produire du hasard.

Nous sommes tous des 60-40

Les suites ainsi concoctées possèdent à peu près le même nombre de *Pile* que de *Face*, ce qui est satisfaisant puisque la loi des grands nombres indique qu'à la longue la proportion de *Pile* s'approche de $1/2$, comme celle de *Face*.

Notons que cela ne signifie pas que le nombre de *Pile* ait une sorte de devoir moral d'égaliser le nombre de *Face* comme certains joueurs naïfs le croient, car si les tirages sont indépendants, c'est-à-dire si personne ne triche, nul génie malicieux ne tente de rééquilibrer les *Pile* et les *Face*. L'écart entre la fréquence de *Pile* et celle de *Face* diminue, mais pas nécessairement l'écart entre le nombre de

1. Un œil noir nous regarde-t-il la nuque ?

Notre capacité à « sentir » quand nous sommes regardés serait-elle prouvée ? Telle est l'affirmation de Rupert Sheldrake.

Parmi les expériences proposées par Rupert Sheldrake dans un livre paru en 1994, examinons la suivante. Deux personnes *A* et *B* sont placées l'une derrière l'autre, la personne *A* ne pouvant pas voir la personne *B*. La personne *B*, en fonction d'une suite de consignes qui lui sont données à l'insu de *A*, soit regarde la nuque de *A*, soit en détourne nettement les yeux. La personne *A* doit indiquer à chaque fois si elle pense que *B* la regarde. Les suites aléatoires, les consignes, sont fournies par Rupert Sheldrake à ceux qui souhaitent mener l'expérience de leur côté.

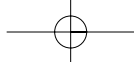
Des expériences massives rapportées par le journal britannique *The Sunday Telegraph* indiquent que sur 18 000 essais, les personnes regardées devinent si elles sont regardées ou non dans environ 60 % des cas, alors qu'une réponse au hasard aurait dû conduire bien évidemment à un taux de reconnaissance d'environ 50 %. Ce résultat troublant établit-il l'existence d'une forme de communication extrasensorielle ? Les expériences ont été reprises en laboratoire dans des conditions de contrôle rigoureuses par trois chercheurs de l'Université du Middlesex, J. Colwell, J. S. Schroder et D. Sladen, qui ont constaté qu'il s'agissait d'une manifestation du biais d'alternance.

En utilisant les suites aléatoires de R. Sheldrake, on observe que la personne *A*, lorsqu'elle est avertie après chaque essai du succès ou de l'échec de sa réponse précédente réussit mieux que ce que donnerait le hasard pur. En revanche, lorsqu'elle n'est pas avertie à chaque tentative de la vérité ou de la fausseté de son affirmation sur le regard de *B*, *A* n'obtient pas mieux que le hasard. Ces premières expériences de laboratoires donnent partiellement raison à R. Sheldrake, mais introduisent la question : pourquoi faut-il que *A* ait connaissance de ses succès et erreurs pour deviner si on le regarde, alors que, s'il s'agissait vraiment de communication extrasensorielle, cette contrainte n'aurait pas raison d'être ?

L'étude des suites aléatoires de R. Sheldrake a donné la réponse et dégonflé la « preuve » d'une communication extrasensorielle. Les résultats obtenus n'ont rien d'étonnants, car les suites prétendument aléatoires de Sheldrake ne le sont pas et possèdent un biais d'alternance proche de 60 % : elles ont sans doute été créées à la main par un humain. Le sujet *A*, lorsqu'il est informé des succès et des échecs de ses tentatives pour deviner si on le regarde, prend indirectement connaissance de la suite « aléatoire » de R. Sheldrake ; comme il est sujet au biais d'alternance, il devine correctement le « regard » ou le terme suivant de la suite un peu plus d'une fois sur deux. Lorsque *A* n'est pas averti de ses échecs et succès successifs, ce processus de « mise en phase » ne se produit pas, ce qui explique pourquoi les résultats ne sont alors pas meilleurs que les statistiques de réponses au hasard.

Pour confirmer cette analyse, l'expérience a été refaite avec des suites aléatoires non biaisées, et, comme on s'y attendait, aucun écart significatif avec ce que donnent des réponses au hasard n'a alors été observé, même lorsque *A* était averti de ses succès ou échecs lors du déroulement de l'expérience. Ce qui semblait une démonstration irréfutable de l'existence d'une communication par la pensée entre humains n'était qu'un artefact numérique produit par le biais d'alternance.

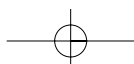
Le tableau de Magritte ci-contre est un clin d'œil (!) au problème posé par le texte : le personnage sent-il le regard posé sur sa nuque ?



Jean-Paul Delahaye



©AD/AGP



séquence globale, ici un équilibre entre les P et les F . Ce critère explique non seulement que nous engendrons des séquences de *Pile* ou *Face* biaisées en faveur de l'alternance, mais cette fois explique aussi que nous croyons reconnaître en elles le vrai hasard lors des exercices de reconnaissance. Ce n'est pas notre mémoire qui nous fait rechercher une représentativité locale, c'est un principe plus général (peut-être inné) que nous appliquons inconsciemment. Pour engendrer des suites ayant autant de P que de F , ou même pour engendrer des suites ayant deux fois plus de P que de F , le principe de représentativité locale fonctionne bien, car si nous faisons en sorte que ces propriétés soient vraies pour les petites tranches, alors elles le sont globalement.

Aussi intéressante que soit cette explication, elle n'est pas quantitative : pourquoi le biais est-il d'environ 60 pour cent et pas un autre chiffre ? Autre objection à l'explication de D. Kahneman et A. Tversky : pourquoi si ce principe de représentativité locale est mauvais pour engendrer du hasard équitable, continuons-nous à l'utiliser ? Il est d'une certaine importance pour un être vivant de connaître les résultats d'une suite de tirages aléatoires et d'en produire. Identifier un phénomène vraiment aléatoire vous servira, par exemple, à reconnaître que votre proie va tourner dans 60 pour cent des cas vers la droite quand elle vient de tourner vers la gauche. De même, produire un aléa équilibré vous permettra d'utiliser une stratégie optimale, par exemple shooter les penaltys selon le hasard pur pour que le gardien de but ne puisse prévoir votre choix. Il apparaît donc difficilement compréhensible, d'un point de vue évolutionniste, que nous utilisions une règle pour produire ou reconnaître les suites aléatoires qui nous induisent en erreur.

Or le biais d'alternance a été noté chez les rats et les pigeons. Des psychologues ont aussi établi qu'on pouvait le corriger : un individu entraîné et conseillé finit par produire de bonnes séquences : le cerveau logique et mathématique sait prendre le contrôle du cerveau instinctif. C'est réconfortant ! Y. Kareev note que si l'on soumet à des sujets

des séquences qui ne sont pas équiprobables (fréquentes dans le monde réel), ils repèrent les biais rapidement. Ainsi notre attente de trop d'alternances accroît notre capacité à repérer que *Pile* est surreprésenté ou que c'est *Face*.

Ajustements et équilibres

Ce biais d'alternance serait donc une prédisposition rationnelle permettant de détecter plus efficacement un déséquilibre des probabilités entre deux alternatives, détection qui est plus importante en pratique que la capacité à reconnaître un hasard équilibré. Nous attendons moins de répétitions qu'il n'y en a dans une suite équilibrée, et cela améliore notre capacité à repérer rapidement un déséquilibre. En même temps, cela nous coûte peu, car face à une suite aléatoire équilibrée, aucune méthode ne fait mieux que 50 pour cent de prédictions justes. Il vaut mieux repérer à tort des régularités qui n'existent pas que de trop tarder à repérer des régularités présentes.

Les idées de Y. Kareev sur l'importance des suites non équilibrées et celles de D. Kahneman et A. Tversky sur l'heuristique de représentativité locale ont été combinées pour créer un modèle mathématique précis qui a été confronté à des données expérimentales.

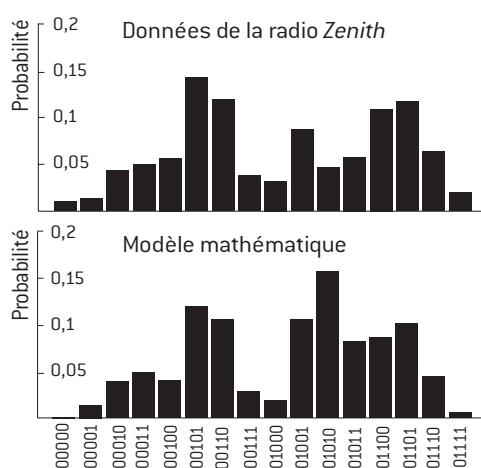
Ce modèle mathématique décrit par Thomas Griffiths et Joshua Tenenbaum est fondé sur l'idée que lorsque nous engendrons une suite aléatoire ou en analysons une, nous envisageons que la suite puisse être biaisée et nous la testons sur un petit nombre d'éléments de la suite. Nous considérons par exemple que $FFFFP$ provient plus vraisemblablement d'un tirage biaisé (en faveur de F) que d'un tirage équilibré. À l'inverse, $FPFFP$ est plus vraisemblablement le résultat d'un tirage équitable que $FFFFF$. Le modèle mathématique qui prend ces considérations en compte conduit à des valeurs numériques précises qui indiquent par exemple qu'on préférera « dix fois plus » $FPFFP$ comme exemple de suite aléatoire équitable que $FFFFP$. Le modèle se traduit en un schéma de préférence (voir la figure 3).

3. Modèle mathématique du biais d'alternance

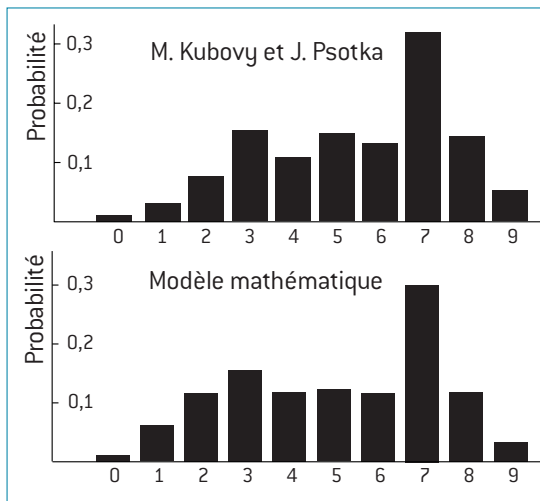
Les chercheurs T. Griffiths et J. Tenenbaum ont proposé un modèle du biais d'alternance. Ce modèle simule la capacité humaine de reconnaissance d'une inégalité entre les fréquences de deux alternatives et la croyance que si un objet possède une propriété il faut qu'il la possède localement.

Ce modèle théorique a été confronté aux données provenant d'un jeu radiophonique organisé par la station de radio *Zenith* : 20 099 séquences aléatoires de 5 symboles 0 ou 1 commençant par 0 proposées par les auditeurs qui devaient dire si les séquences étaient aléatoires ou non.

La confrontation des deux schémas montre une assez bonne correspondance. La séquence 01010 est moins souvent choisie par les humains que par le modèle mathématique, car bien que localement équilibrée cette séquence est considérée comme régulière par les humains du fait de l'alternance systématique des 0 et des 1. Naturellement les séquences 00001 et 01111 sont mal classées (rarement choisies) alors que les séquences 00101, 00110, 01001, 01101 sont en bonne place dans le modèle mathématique et les résultats expérimentaux. La forme mathématique du biais d'alternance semble sur le point d'être formulée.



4. Dites un chiffre au hasard !



Lorsque l'on demande à quelqu'un de choisir un nombre au hasard entre 0 et 9, il répond 7 dans plus de 30 % des cas. M. Kubovy et J. Psotka ont construit un diagramme (fondé sur 1 770 tests) indiquant la préférence de l'esprit humain pour chacun des chiffres.

T. Griffiths et J. Tenenbaum ont, de leur côté, proposé un modèle mathématique de cette préférence. Leur modèle repose sur l'idée que pour nous « un nombre au hasard » est un nombre qui a le moins possible de propriétés particulières. Les propriétés néfastes envisagées dans leur modèle sont : être pair ; être multiple de 3 ; être multiple de 5 ; être une puissance de 2 ; être aux extrémités.

Les diagrammes expérimental et mathématique coïncident remarquablement. Cela signifie que pour produire un nombre au hasard entre 0 et 9, nous recherchons un nombre en prenant en compte les propriétés arithmétiques élémentaires, et que plus un nombre en possède plus faibles sont les chances que nous le retenions, le tout s'exprimant dans un modèle mathématique relativement simple.

Un jeu organisé par la station de radio *Zenith* a utilisé 20 099 séquences de 5 symboles 0 ou 1 commençant par 0, et provenant d'auditeurs qui proposaient des suites leur paraissant aléatoires. Dans ces séquences, la séquence 00101 est celle qui est la plus représentée et 00000, la moins représentée. La confrontation du schéma provenant des données de la radio *Zenith* et de celui purement mathématique du modèle de T. Griffiths et J. Tenenbaum est frappante (voir la figure 3). Elle suggère que le modèle théorique associant des idées sur la détection des séquences non équilibrées et le principe de représentativité locale est un bon modèle de l'esprit humain engendrant des séquences de choix binaires.

La séquence où les données correspondent le moins bien avec le modèle mathématique est la séquence 01010 qui est moins souvent choisie par les humains que par le modèle mathématique. La raison de ce défaut du modèle est assez facile à analyser : la séquence 01010, bien que localement équilibrée, l'est en fait un peu trop (car elle alterne sans exception 0 et 1), ce qui conduit les humains à l'éviter quand ils tentent d'imiter le hasard. Un perfectionnement du modèle mathématique prenant en compte ce comportement est sans doute possible qui améliorerait encore l'ajustement des répartitions théoriques et expérimentales. Dans cette classification des suites en fonction de l'apparence d'« aléatoirité », on remarquera sans surprise que 00001 et 01111 sont mal classées, et que les quatre séquences les mieux placées, aussi bien par le modèle mathématique que par les humains sont – en mettant à part 01010 – les séquences : 00101, 00110, 01001, 01101 qui arrivent devant 00010, 00011, 00111, 01000, 01110 moyennement classées.

Une approche expérimentale différente, due aux chercheurs Ruma Falk et Clifford Konold, incite à analyser une explication complémentaire de cet ajustement subtil. Leurs travaux montrent que ce sens particulier du hasard est très profondément inscrit en nous, au point que nos mécanismes de mémorisation y sont ajustés. Les suites que nous jugeons complexes sont les mêmes que nous mémorisons le plus difficilement : les mécanismes de notre

mémoire sont tels que nous mémorisons bien les suites jugées « régulières » et mal celles jugées « aléatoires ».

Les expériences de R. Falk et C. Konold établissent que si l'on mesure le temps de mémorisation ou la difficulté subjective de mémorisation de sujets humains, ce sont les séquences ayant environ 60 pour cent d'alternance qui arrivent en tête. Si, pour nous, les séquences ayant 60 pour cent d'alternance nous semblent les plus aléatoires, c'est que, d'après les tests, elles sont réellement plus difficiles à apprendre et même à recopier. Nos jugements sur le hasard seraient donc tout à la fois évolutivement justifiés, conformes au grand principe heuristique de D. Kahneman et A. Tversky, mais en plus cette structure serait codée en nous si profondément que nos capacités de mémorisation y seraient ajustées.

Les derniers travaux de T. Griffiths montrent que, comme dans la théorie de la complexité de Kolmogorov, nous pensons que le hasard est ce qui ne peut se décrire avec concision. Nous assistons sur la question des suites de *Pile* ou *Face* à une rencontre entre psychologie expérimentale, modélisation mathématique et théorie du calcul. Celle-ci montre encore une fois que cette théorie, au-delà de son utilité en informatique, propose d'intéressants points de vue en physique (voir le livre *L'intelligence et le calcul* dans la collection *Belin-Pour la Science*), en biologie (voir la rubrique *Logique et Calcul* de mars 2004 sur le classement des données), et en psychologie.

La fatalité du 7

Un autre succès de cette approche concerne le choix d'un nombre entre 0 et 9. Les psychologues et les illusionnistes savent que lorsque l'on demande à quelqu'un de choisir un chiffre au hasard entre 0 et 9, il répond 7 dans plus de 30 pour cent des cas. En interrogeant 1 770 personnes, M. Kubovy et J. Psotka ont construit un diagramme qui indique la préférence dans l'esprit humain pour chacun des chiffres. T. Griffiths et J. Tenenbaum de leur côté ont proposé un modèle mathématique de cette préférence basée sur l'idée que pour nous « un nombre au hasard » est un nombre qui a le moins possible de propriétés particulières. Parmi ces propriétés

néfastes, ils ont retenu les suivantes : (a) être pair : 0, 2, 4, 6, 8 ; (b) être multiple de 3 : 0, 3, 6, 9 ; (c) être multiple de 5 : 0, 5 ; (d) être une puissance de 2 : 2, 4, 8 ; (e) être placé aux extrémités : 0, 1, 9.

Ils considèrent que plus nombreuses sont les propriétés que vérifie un nombre, moins il a de chances d'être choisi par quelqu'un à qui on pose la question « dites un nombre au hasard ». Ils en tirent un diagramme théorique du même type que celui obtenu expérimentalement par M. Kubovy et J. Psotka.

Les deux diagrammes sont remarquablement proches (voir la figure 4), ce qui signifie que face à l'injonction de produire un nombre au hasard entre 0 et 9, nous réagissons non pas en menant mentalement l'équivalent d'un tirage équitable entre les dix possibilités de réponse, mais en recherchant un nombre qui sera le plus banal possible vis-à-vis des propriétés arithmétiques élémentaires, ce qui défavorisera les nombres pairs, les multiples de 3, etc.

Nous sommes positifs

Ce biais – dû dans l'exemple précédent à la présence d'une structure de type mathématique dans la suite des dix chiffres qui agit sur nos préférences – interdisant à un groupe de personnes à qui l'on demande un choix aléatoire unique de produire collectivement des choix équilibrés a été mis en évidence récemment dans une situation encore plus simple par Nicolas Gauvrit, de l'Université de Metz.

Il a demandé à un groupe de personnes de choisir entre OUI et NON au hasard, mais en ne sollicitant qu'un seul choix par personne pour éviter le phénomène de l'alternance maintenant bien compris. Il a aussi mené le test avec les paires de mots aimer/détester, indemne/blessé et mort/vif.

Le tableau de la figure 5 reproduit les étranges résultats obtenus. Tous vont dans le même sens : les gens ne répondent pas aléatoirement, mais sont victimes d'un biais de positivité plus ou moins fort selon les cas : OUI est préféré à NON, aimer est préféré à détester, etc. Le sens des mots nous influence irrémédiablement.

Dans le cas de *Pile* ou *Face*, un biais a aussi été noté en faveur de *Pile*. Ce n'est pas un biais de positivité (car *Pile* n'est pas plus positif que *Face*), mais un biais de présence : les gens testés répondent significativement plus souvent *Pile* que *Face* à cause de l'expression « *Pile ou Face* » qui

5. Le biais de positivité

Nicolas Gauvrit a demandé à un groupe d'étudiants de choisir entre OUI et NON au hasard, mais en ne sollicitant qu'un seul choix par personne pour ne pas être victime du biais d'alternance. Le test a aussi été mené avec les paires *aimer/détester*, *indemne/blessé* et *mort/vif*.

Les résultats sont frappants et font apparaître que collectivement nous avons une préférence dans chaque cas pour l'item positif : *oui*, *aimer*, *indemne*, *vif*. Notre esprit face à un choix qu'on demande de faire au hasard ne réussit pas à oublier le sens des mots et exprime sa préférence : certains individus choisissent l'item négatif, mais ils sont minoritaires et collectivement les choix sont déséquilibrés dans un sens prévisible.

question réponse	oui ou non	aimer ou détester	indemne ou blessé	mort ou vif
item positif	62,5%	83%	68,2%	60,2%
item négatif	37,5%	17%	31,8%	39,8%

place *Pile* en premier. Le biais est plus prononcé chez les hommes que chez les femmes. Effectués sur d'assez petits effectifs d'étudiants en psychologie de l'Université de Metz, cette étude doit être validée à plus grande échelle et avec des sujets expérimentaux différents, mais elle montre que notre esprit est résolument incapable de suivre une consigne du type « choisir au hasard équitablement ».

Lorsque ce n'est pas le biais d'alternance qui perturbe nos choix, ce sont des biais structureaux (cas des chiffres de 0 à 9), sémantiques (biais de positivité) ou de position (ordre d'énumération *Pile-Face*).

L'esprit humain, on le sait, fonctionne selon des principes différents de ceux utilisés pour construire les ordinateurs qui n'ont pas de difficultés à imiter assez correctement des tirages équitables. Même si cette incapacité humaine dans le cas du biais d'alternance est bien modélisée, elle apparaît comme une infirmité liée aux difficultés que nous éprouvons pour nous abstraire du sens des choses (biais de positivité) ou de la façon dont elles sont organisées (biais structureaux, biais de position, biais géométriques). Pour nous, un symbole n'est jamais seulement un symbole, mais le nœud d'un réseau de significations ou de relations que nous ne pouvons détacher de son contexte, ne serait-ce qu'une seconde, pour choisir en toute équité.

Jean-Paul DELAHAYE est professeur d'informatique à l'Université de Lille.

Rupert SHELDRAKE, *Seven Experiments That Could Change the World : A do-it-Yourself-Guide to Revolutionary Science*, in *Fourth Estates*, Londres, 1994.

J. COLWELL, J. S. SCHRODER et D. SLADEN, *The Ability to Detect Unseen Staring : A Literature Review and Empirical Tests*, in *British Journal of Psychology*, 91, pp. 71-85, 2000.

N. GAUVRIT et A. GAUGENOT, *Pour une science des aléas*, in *Actes des Journées Sciences cognitives du Réseau Sciences cognitives d'Île-de-France*, 2004.

Jean-Paul DELAHAYE, *Les inattendus mathématiques* [chapitre 11], Éditions Pour la science/Belin, 2004.

T. GRIFFITHS et J. TENENBAUM, *From Algorithmic to Subjective Randomness*, à paraître, 2004.

N. GAUVRIT et A.M. BERARDI, *Peut-on choisir au hasard ?* in *Acte de la Journée du Réseau Sciences cognitives d'Île-de-France*, 2002.

T. GRIFFITHS et J. TENENBAUM, *Randomness and Coincidences : Reconciling Intuition and Probability Theory*, 23rd Annual Conference of The Cognitive Science Society, pp. 370-375, 2001.

J. CHRISTIE, *Exploring the Nonrandomness of Human Spatial Choice Behaviour II : The Cause of Selection*, in *Defense and Civil Institute of Environmental Medicine Technical Report*, 2001.

D. MARKS et J. COLWELL, *The Psychic Staring Effect. An Artifact of Pseudo Randomization*, in *Skeptical Inquirer Magazine*, sept./oct. 2000. voir : www.csicop.org

R. FALK et C. KONOLD, *Making Sense of Randomness : Implicit Encoding as a Basis for Judgment*, in *Psychological Review*, vol. 104, pp. 301-318, 1997.